



یک راه حل حل؟ یا چند راه حل؟

«مسئله» این است!



این روزها عبارت «حل مسئله» را زیاد می‌شنوید. معلم‌های ریاضی از شما انتظار دارند که «مسئله حل کنید» هر درس جدیدی که تدریس می‌کنند، برایش یک عالمه مسئله می‌دهند. حتی در بعضی از کتاب‌های درسی ریاضی ابتدایی‌تان، هر چند صفحه، بخشی با عنوان «حل مسئله» اختصاص دارد. مسئله حل پایه هفتم نیز فصلی از کتاب درسی به «حل مسئله» اختصاص داده و در کردن جزء جدانشدنی از ریاضیات است. دانش ریاضی گسترش می‌یابد. خوبی هستند که هرگاه مسئله‌ای را حل می‌کنند، دانش جامعه نیز در واقع کسی است که مسائل خیلی‌ها معتقدند که یک شهروند موفق در جامعه نیز در واقع کسی است که مسائل پیش روی خود را نسبت به دیگران بهتر حل می‌کند و به قول خودمان، «از پس مسائل زندگی بهتر بر می‌آید.» به هر حال مسئله، مسئله است؛ چه مسئله حل نشده یک ریاضی‌دان و چه یک مسئله پیچیده در زندگی واقعی! من در اینجا کاری به این ندارم که چه کار کنم تا بهتر مسائل را حل کنم، روش حل مسئله چیست و از این قبیل حرف‌ها. آنچه قصد دارم در این یادداشت درباره‌اش حرف بزنم این است که: «چرا خوب است که گاهی بعضی مسائل را از راه‌های متفاوت حل کنیم؟» در دوره قبلی مجله، یعنی هشت شماره‌ای که سال تحصیلی گذشته چاپ شد - و شما در سایت roshdmag.ir می‌توانید به بایگانی آن دست پیدا کنید - در هر شماره مطلبی داشتیم با عنوان «یک مسئله، چند راه حل». در آن مطالب، راه حل یک مسئله از راه‌های متفاوت بیان می‌شد. بعضی از راه‌ها و روش‌ها نادرست بودند و بعضی درست. بعضی‌ها ظاهر خیلی متفاوت داشتند، ولی همگی درست بودند و به یک پاسخ منجر می‌شدند. دیدن راه‌های متنوع یک مسئله به ما کمک می‌کند، از جنبه‌های گوناگون به موضوع مسئله نگاه کنیم و در واقع جنبه‌های متفاوت آن موضوع را ببینیم. گاهی همیشه فقط توجهمان به جنبه‌های ظاهری یک موضوع جلب می‌شود و خیلی از جنبه‌های دیگر آن از دید ما پنهان می‌مانند. دیدن این راه‌های متفاوت به ما یاد می‌دهد که جنبه‌های جدیدی در بعضی از موضوعات ببینیم. علاوه بر این‌ها، بعضی از راه‌های جدید به استفاده از ارتباط موضوع مسئله با سایر مفاهوم‌ها در ریاضیات نیاز دارد. این امر خود به درک عمیق‌تر مفاهیم کمک می‌کند. چرا که هرچه ما ارتباط یک مفهوم با سایر مفاهوم‌ها را بیشتر بدانیم، خود آن مفهوم را بهتر می‌شناسیم و از آن بهتر می‌توانیم استفاده کنیم. و بالاخره اینکه خیلی وقت‌ها پیش می‌آید که راه حل مسئله‌ای اصلاً به ذهن ما نمی‌آید و واقعاً نمی‌دانیم چگونه باید به آن مسئله فکر کنیم. در این مواقع ممکن است آن راه‌های متفاوت که از جنبه‌های دیگر به موضوع نگاه کرده بودند یا موضوع را با سایر مفاهیم مرتبط کرده بودند، به کار آیند و روش مناسبی برای حمله به آن مسئله پیش روی ما بگذارند. در این شماره از مجله «رشد برهان» نیز در یکی از مطالب ستون «ریاضیات و مدرسه» برای شمردن تعداد قطرهای یک چندضلعی، چندین راه حل ارائه شده است. آن‌ها را ببینید و شباهت‌ها و تفاوت‌های آن‌ها را بررسی کنید. هر راه حل چه جنبه‌ای از موضوع را برای شما آشکار کرده است؟ هر راه حل آن موضوع را با چه مفاهیم دیگری که می‌شناختید، مرتبط کرده است؟ آیا مسئله‌ای به‌خاطر می‌آوردید که از همین جنبه‌ها قابل بررسی و حل کردن باشد؟

موفق باشید / سر دبیر



بهزاد اسلامی مسلم

عددهای رادیکالی خوش خال

عددهای رادیکالی دیگری هم وجود دارند که برخلاف ظاهرشان، گویا هستند؛ مثلاً $\sqrt{۲۲/۰.۹}$ و $\sqrt{۷۰/۵۶}$ و حتی $\sqrt{۸۷/۵۵۳۴۴۹}$! تساوی‌های زیر را ببینید:

$$\sqrt{۲۲/۰.۹} = ۴/۷$$

$$\sqrt{۷۰/۵۶} = ۸/۴$$

$$\sqrt{۸۷/۵۵۳۴۴۹} = ۹/۳۵۷$$

حالا وقت آن است که سه مورد را توضیح بدهم:
مورد اول: دوباره این جمله‌ها را ببینید:

به‌طور کلی جذر عددهایی که مربع کامل نیستند، گنگ است؛ مانند $\sqrt{۱۵}$ ، $\sqrt{۶}$ ، ... (عددهایی مانند ۱، ۴، ۹، ۱۶ و ... مربع کامل هستند).

در اینجا منظور کتاب از «عدد»، فقط «عدد طبیعی» است. به همین دلیل، نباید از این جمله‌ها در مورد عددهای دیگر استفاده کنیم. آچارفرانسه نیست که! همان‌طور که دیدید، $۶/۲۵$ مربع کامل نیست، اما رادیکالش گویاست.

مورد دوم: با این حال، آن جمله‌های کتاب درسی می‌توانند به ما کمک کنند. مثلاً الان توضیح می‌دهم که چرا $\sqrt{۰/۱۵}$ گنگ است. این محاسبه را ببینید:

$$\sqrt{۰/۱۵} = \sqrt{\frac{۱۵}{۱۰۰}} = \frac{\sqrt{۱۵}}{۱۰}$$

عدد ۱۵ عددی طبیعی است، اما مربع کامل نیست. پس طبق حرف کتاب، $\sqrt{۱۵}$ گنگ است. پس نمایش اعشاری نامختوم و غیرمتناوب است. وقتی آن را بر ۱۰ تقسیم کنیم، فقط جای ممیزش تغییر می‌کند. پس نمایش اعشاری $\frac{\sqrt{۱۵}}{۱۰}$ هم نامختوم و غیرمتناوب است. پس $\frac{\sqrt{۱۵}}{۱۰}$ گنگ است. نتیجه همه این حرف‌ها چیست؟ اینکه $\sqrt{۰/۱۵}$ گنگ است!

دیدید؟ استفاده بجا از حقایق ریاضی، کمک‌های بزرگی به ما می‌کند.

مورد سوم: من این عددهای رادیکالی خوش‌خط‌وخال و گول‌زننده و گویا را این‌طوری درست کردم: یک عدد گویا انتخاب کردم، آن را به توان ۲ رساندم، بعد حاصل را گذاشتم زیر رادیکال! یعنی کاملاً برعکس جذر گرفتن عمل کردم. مثلاً اول $۴/۷ \times ۴/۷$ را حساب کردم که شد $۲۲/۰.۹$. حالا دیگر مطمئن بودم که $\sqrt{۲۲/۰.۹} = ۴/۷$!

گاهی با حقایق ریاضی طوری رفتار می‌کنیم که انگار شاه‌کلیدی هستند که همه قفل‌ها را باز می‌کنند یا آچارفرانسه‌ای هستند که به هر پیچی می‌خورند! مثلاً این جملات از کتاب ریاضی نهم را ببینید:

به‌طور کلی جذر عددهایی که مربع کامل نیستند، گنگ است؛ مانند $\sqrt{۱۵}$ ، $\sqrt{۶}$ ، ... (عددهایی مانند ۱، ۴، ۹، ۱۶ و ... مربع کامل هستند).

خب دیگر، انگار راه برای نوشتن عددهای گنگ باز شده است! یک عدد که مربع کامل نیست برمی‌داریم، بالای سرش رادیکال می‌گذاریم تا عددی گنگ درست شود. خیلی راحت است دیگر، این‌طور نیست؟ مثلاً اگر بخواهیم هفت تا عدد گنگ بین $\sqrt{۵}$ و $\sqrt{۷}$ بنویسیم، خُب این‌ها بهترین گزینه‌ها هستند:

$$\sqrt{۵/۲۵}$$

$$\sqrt{۵/۵}$$

$$\sqrt{۵/۷۵}$$

$$\sqrt{۶}$$

$$\sqrt{۶/۲۵}$$

$$\sqrt{۶/۵}$$

$$\sqrt{۶/۷۵}$$

متأسفانه خبر بدی برایتان دارم: یکی از این هفت عدد گویاست! نگاه کنید:

$$\sqrt{۶/۲۵} = ۲/۵$$